



Escola Politècnica Superior
d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

ECONOMIA DE L'EMPRESA

Curs 2008 / 2009 - Q2

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

Jasmina Berbegal Mirabent

Departament d'Organització d'Empreses

jasmina.berbegal@upc.edu



Reconeixement - No Comercial -
Sense Obra Derivada de
Creative Commons



Escola Politècnica Superior
d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

MÒDUL 1

GESTIÓ DE PROJECTES

Gestió de projectes

3

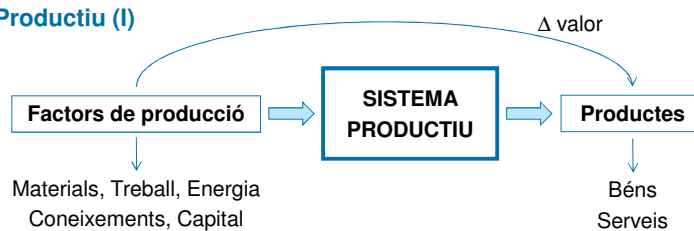
- 1 Introducció
- 2 Gestió de projectes
- 3 Sistemes de gestió de projectes

1. Introducció

Sistema Productiu Sistema Logístic Sistemes de gestió

4

Sistema Productiu (I)



Exemples de sistemes productius

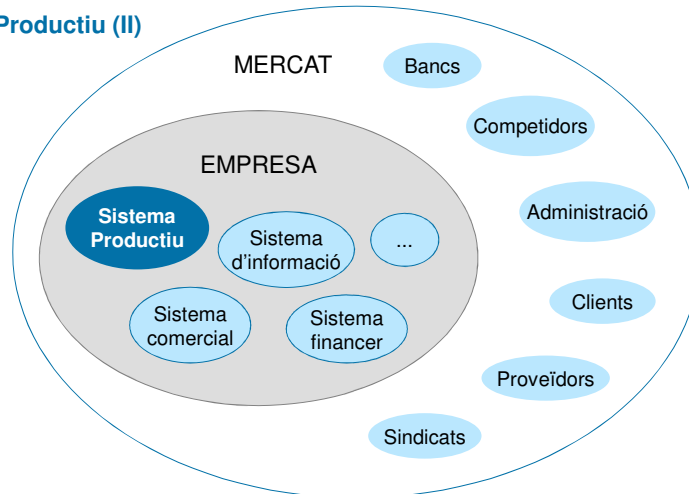
- *Fàbrica d'automòbils*: Matèries primeres / Fabricació i ensamblatge → Automòbil
- *Refineria*: Petroli cru / Processos químics → Gasolina olis, plàstics
- *Hospital*: Pacients / Salut → Pacients sans
- *Supermercat*: Productes en venda / Venda, distribució → Compradors amb productes
- *Línia aèria*: Avions, pilots / Viatge → Passatgers a les seves destinacions

1. Introducció

Sistema Productiu Sistema Logístic Sistemes de gestió

5

Sistema Productiu (II)



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

1. Introducció

Sistema Productiu Sistema Logístic Sistemes de gestió

6

Sistema Logístic

Producció: Conjunt d'activitats que tenen la finalitat de transformar les entrades (*inputs*) en sortides (*outputs*), de manera que el resultat obtingut sigui un producte útil per clients o usuaris.

Logística: Consisteix en la gestió global, integrada, eficaç i eficient de les activitats que es requereixen per crear, mantenir i controlar fluxes de materials, des del proveïdor fins al punt de consum o utilització.



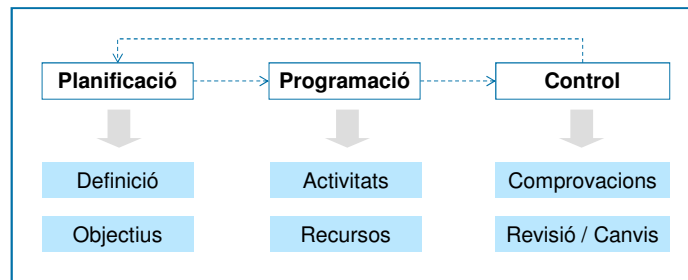
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

1. Introducció

Sistema Productiu Sistema Logístic Sistemes de gestió

7

Gestió de projectes



2. Gestió de projectes

Projectes Lligadures

8

Objectiu: Estudi i control de la realització d'un projecte.

Projecte: Activitats per les quals es necessita establir una organització i uns procediments especials per donar resposta a les necessitats que l'originen.

Exemples:

- Construcció d'una central tèrmica
- Desenvolupament d'un nou producte
- Automatització d'una línia de producció
- Construcció d'una planta o magatzem
- Trasllat o modificació d'un departament

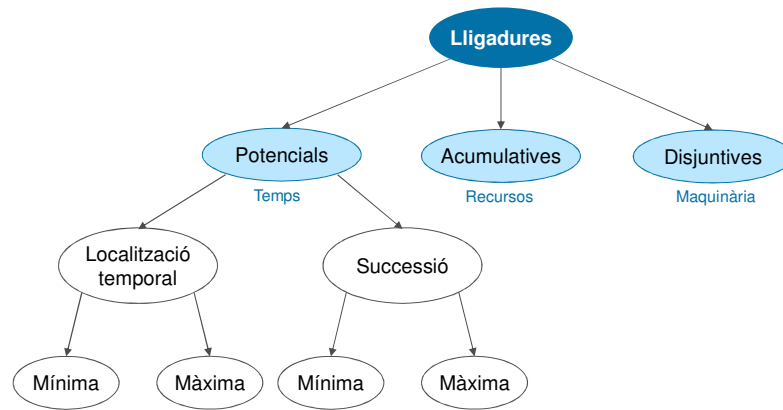
Activitats: Un projecte es pot descomposar en activitats.

Lligadures: Restriccions que condicionen l'execució de les activitats.

2. Gestió de projectes

Projectes Lligadures

9



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Gestió de projectes

Projectes Lligadures

10

Nomenclatura (Lligadures potencials)

t_i = data (instant) d'inici de l'activitat i

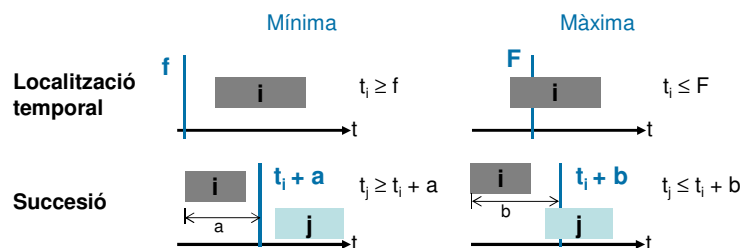
t_j = data (instant) d'inici de l'activitat j

f_i = data a partir de la qual pot començar l'activitat i

F_i = data abans de la qual ha de començar l'activitat i

a = termini mínim que ha de transcórrer entre l'inici de l'activitat i i l'inici de j

b = termini màxim que pot transcórrer entre l'inici de l'activitat i i l'inici de j



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Gestió de projectes

Projectes Lligadures

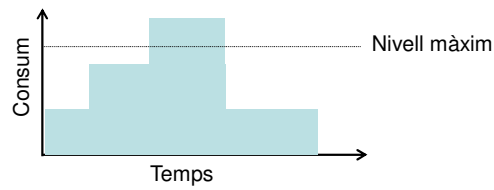
11

Nomenclatura (Lligadures **acumulatives**)

$G_k(\theta)$ = quantitat disponible del recurs **k** a l' instant θ

$g_{ik}(\theta)$ = quantitat utilitzada del recurs **k** per l'activitat **i** a l' instant θ

Formalització: $\sum_i g_{ik}(\theta) \leq G_k(\theta)$



2. Gestió de projectes

Projectes Lligadures

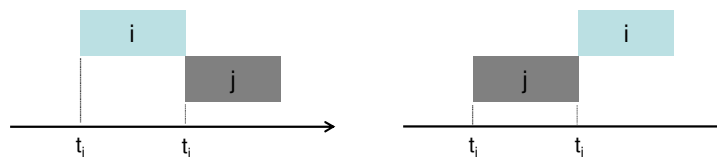
12

Nomenclatura (Lligadures **disjuntives**)

d_i = durada de l'activitat **i**

d_j = durada de l'activitat **j**

Formalització: $t_j \geq t_i + d_i$ o $t_i \geq t_j + d_j$



3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

13

Eines de gestió de projectes

MRP (*Manufacturing Resource Planning*): Sistema que integra les activitats de producció i compres, programant les adquisicions a proveïdors en funció de la producció programada. És un sistema de planificació de la producció i de gestió d'estocs.

- Respon a les preguntes: Què? Quan? Quant?
- Disminueix el temps d'espera entre producció i entrega
- Incrementa l'eficiència

MRP II: Planifica la capacitat de recursos de l'empresa i control d'altres departaments. Es basa en la demanda i els estudis de mercat.

PERT: Representació gràfica d'un conjunt de tasques que, col·locades en cadena, condueixen a l'assoliment de l'objectiu d'un projecte. S'utilitza com a eina per dirigir la programació de projectes.

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

14

GANTT: Eina gràfica que permet mostrar el temps de dedicació previst per les diferents activitats que constitueixen un projecte al llarg del temps.

CPM (*Critical Path Method*): Seqüència dels elements que constitueixen el camí crític d'un projecte. Inclou aquelles activitats que per la seva duració i consum de recursos determinen el temps del projecte.

ROY: Mètode de programació i control de projectes similar al GANTT i al CPM.

JIT (*Just in Time*): Sistema d'organització de la producció d'origen japonès. L'objectiu principal és el de reduir els costos de la gestió en base a:

- Minimitzar l'estoc (eliminar estocs innecessaris)
- Minimitzar els temps d'entrega
- Zero errors, parades tècniques
- Reduir el temps entre el canvi d'operacions/eines

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Sistemes de gestió de projectes

Eines **Diagrama de GANTT** Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

15

Exemple 1: Planificació d'un projecte

Nº	Activitat	Durada	Precedències	Recursos
1	A	1	-	2
2	B	1	A	2
3	C	2	B	1
4	D	3	B	1
5	E	5	C, D	1
6	F	2	E	1
7	G	3	C	1
8	H	2	D	1
9	I	2	H	1
10	J	1	G, F	1

Observació: A la fàbrica només es disposa de dues màquines, de manera que el nombre de recursos utilitzats en un mateix moment no pot superar els 2.

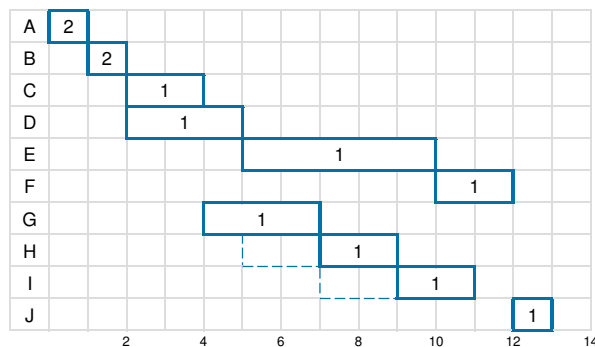
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Sistemes de gestió de projectes

Eines **Diagrama de GANTT** Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

16

Exemple 1: Resolució → Diagrama de GANTT



Durada total = 13 dies

Compleix les restriccions:

- ✓ Recursos (màxim 2)
- ✓ Precedències

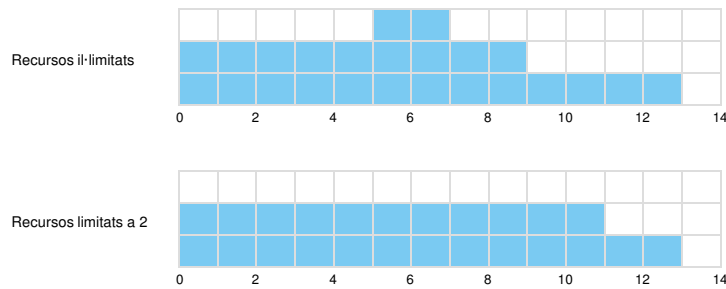
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

17

Exemple 1: Resolució → Diagrama de càrrega



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

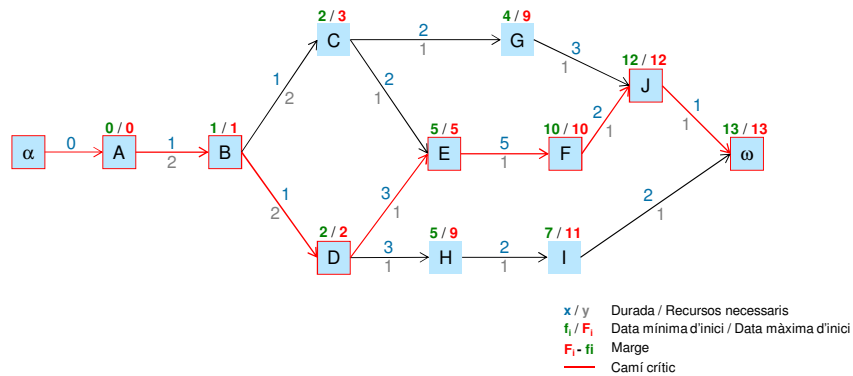
3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

18

Exemple 1: Resolució → Diagrama de ROY

a) Primer pas: Sense tenir en compte la restricció dels recursos



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

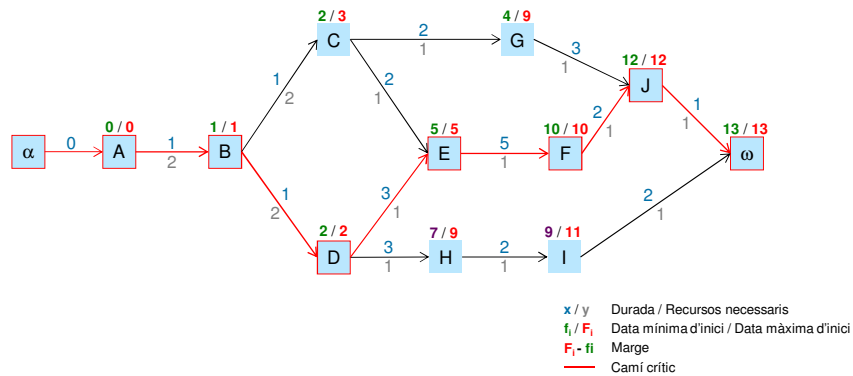
3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

19

Exemple 1: Resolució → Diagrama de ROY

b) Segon pas: Tenint en compte la restricció dels recursos



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

20

Exemple 2: Suposem el mateix projecte que en l'exemple 1, però tenint en compte que ...

- ✓ Les activitats E i H no es poden realitzar simultàniament.
- ✓ Els recursos disponibles són il·limitats.

Nº	Activitat	Durada	Precedències	Recursos
1	A	1	-	2
2	B	1	A	2
3	C	2	B	1
4	D	3	B	1
5	E	5	C, D	1
6	F	2	E	1
7	G	3	C	1
8	H	2	D	1
9	I	2	H	1
10	J	1	G, F	1

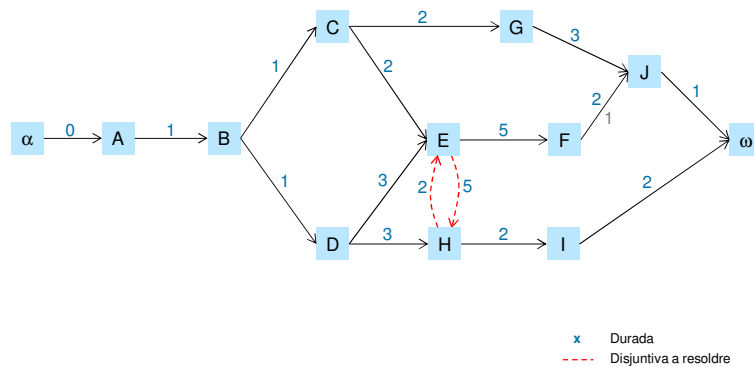
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

21

Exemple 2: Resolució → Diagrama de ROY



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

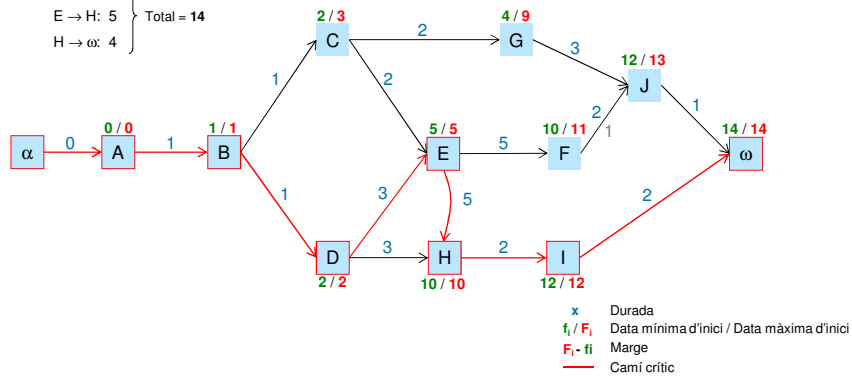
22

Exemple 2: Resolució → Diagrama de ROY

a) Seleccionant EH

$\alpha \rightarrow E: 5$
 $E \rightarrow H: 5$
 $H \rightarrow \omega: 4$

Total = 14



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

Escola Politècnica Superior
d'Enginyeria de Manutenció i la Cadena
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

3. Sistemes de gestió de projectes

Eines
Diagrama de GANTT
Diagrama de càrrega
Diagrama de ROY

23

Exemple 2: Resolució → Diagrama de ROY

b) Selecció HE

$\alpha \rightarrow H: 5$
 $H \rightarrow E: 2$
 $E \rightarrow \omega: 8$

$\left. \begin{array}{l} \alpha \rightarrow H: 5 \\ H \rightarrow E: 2 \\ E \rightarrow \omega: 8 \end{array} \right\} \text{Total} = 15$

x Durada

f_i / F_i Data mínima d'inici / Data màxima d'inici

$F_i - f_i$ Marge

— Camí crític

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

Escola Politècnica Superior
d'Enginyeria de Manutenció i la Cadena
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

3. Sistemes de gestió de projectes

Eines
Diagrama de GANTT
Diagrama de càrrega
Diagrama de ROY

24

Observació: Procediment a seguir en cas de tenir dues o més parelles de lligadures.

Lligadura 1 (M-N)

a) Selecció MN

 $\alpha \rightarrow M: 10$
 $M \rightarrow N: 2$
 $N \rightarrow \omega: 8$

b) Selecció NM

 $\alpha \rightarrow N: 3$
 $N \rightarrow M: 2$
 $M \rightarrow \omega: 8$

$\left. \begin{array}{l} \alpha \rightarrow M: 10 \\ M \rightarrow N: 2 \\ N \rightarrow \omega: 8 \end{array} \right\} \text{Total} = 20$
 $\left. \begin{array}{l} \alpha \rightarrow N: 3 \\ N \rightarrow M: 2 \\ M \rightarrow \omega: 8 \end{array} \right\} \text{Total} = 13$

Lligadura 2 (P-Q)

a) Selecció PQ

 $\alpha \rightarrow P: 16$
 $P \rightarrow Q: 7$
 $Q \rightarrow \omega: 3$

b) Selecció QP

 $\alpha \rightarrow Q: 3$
 $Q \rightarrow P: 4$
 $P \rightarrow \omega: 9$

$\left. \begin{array}{l} \alpha \rightarrow P: 16 \\ P \rightarrow Q: 7 \\ Q \rightarrow \omega: 3 \end{array} \right\} \text{Total} = 26$
 $\left. \begin{array}{l} \alpha \rightarrow Q: 3 \\ Q \rightarrow P: 4 \\ P \rightarrow \omega: 9 \end{array} \right\} \text{Total} = 16$


Situació més desfavorable

Calculem les noves durades de la lligadura 1 i fixem el sentit de menor durada.

↑

Fixem en primer lloc la **lligadura 2**, en sentit **QP**.


ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ



Escola Politècnica Superior
 d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

MÒDUL 2

GESTIÓ D'ESTOCS



Escola Politècnica Superior
 d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Gestió d'estocs

26

1

Concepte d'estocs

2

Model de Harris-Wilson

3

Casos particulars

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

1. Concepte d'estocs

Definició Elements influents Sistemes de gestió Costos de gestió

27

Estoc: Reserva no utilitzada en un instant de temps concret i que té un valor econòmic associat. Per determinar la gestió d'estocs caldrà tenir en compte la **frequència** de les demandes i la **quantitat** de cada demanda.

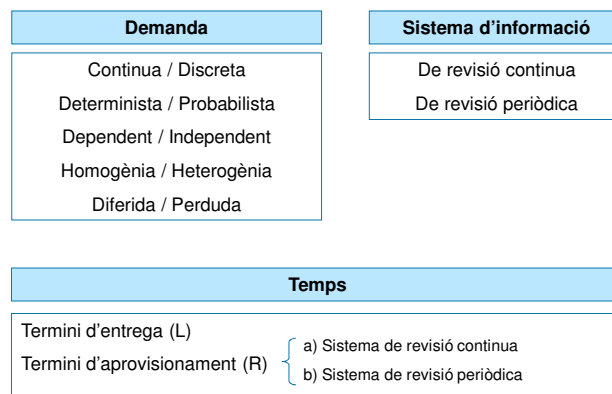


ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

1. Concepte d'estocs

Definició Elements influents Sistemes de gestió Costos de gestió

28



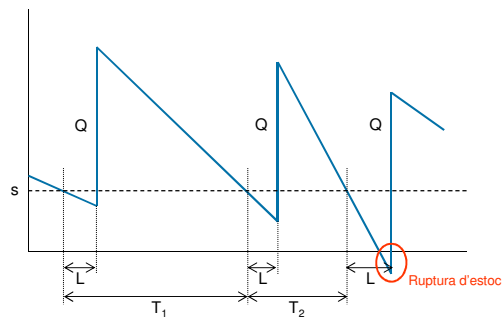
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

1. Concepte d'estocs

Definició Elements influents Sistemes de gestió Costos de gestió

29

Gestió per punt de comanda



Q: Tamany de lot (constant)
T: Temps entre comandes
L: Termini de reaprovisionament
s: Punt de comanda

Exemple

Consum setmanal d'1kg d'arròs.
Comanda inicial = 3kg
Quan ens quedi 1kg en comprarem 2kg.

Utilitzat en productes crítics.

Avantatges

Poc termini on podem tenir ruptura.
Tamany de lot controlable.

Inconvenients

Necessita una observació constant les 24h.
Despeses en infraestructures.

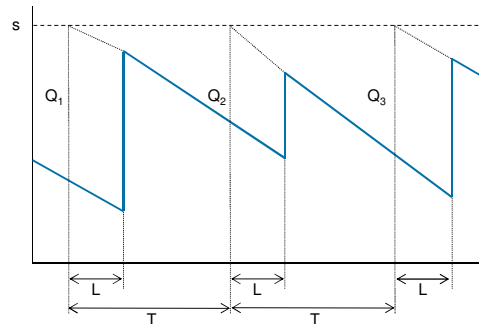
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

1. Concepte d'estocs

Definició Elements influents Sistemes de gestió Costos de gestió

30

Gestió per aprovisionament periòdic



Q: Tamany de lot
T: Temps entre comandes (constant)
L: Termini de reaprovisionament
s: Punt de comanda

Exemple

Consum setmanal d'1kg d'arròs.
Inicialment disposem de 3kg.
Cada 2 setmanes mirem l'arròs consumit.

Utilitzat en productes NO crítics.

Avantatges

No cal un control diari.
És preferible una gestió per períodes.

Inconvenients

Es pot produir ruptura en qualsevol punt.

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

1. Concepte d'estocs

Definició Elements influents Sistemes de gestió Costos de gestió

31

Cost d'adquisició → $KA = CL + \text{unitats} \cdot CA$ [um/any]

Cost de llançament, independent de les unitats adquirides (CL) [um/comanda]

Cost variable unitari (CA) [um/unitat]

Cost de possessió → $CS = i \cdot CA$ [um/unitat·temps]

Creació i manteniment de la capacitat d'emmagatzematge.

Entrada i sortida dels articles en estoc.

Variació del valor dels béns (obsolescència, caducitat, robatoris, etc.)

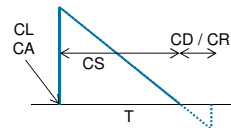
Cost de seguretat.

Càrregues financeres del capital immobilitzat

Cost de ruptura → CR o CD [um/any]

Cost de ruptura (CR): Demanda perduda

Cost de diferir (CD): Demanda diferida



Altres costos

Costos d'informació i control

Costos associats a la variació de la capacitat

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis Fórmules

32

Hipòtesis del model

- ✓ Horitzó il·limitat (el procés es prolonga indefinidament).
- ✓ Demanda constant, coneguda i homogènia en el temps: D [unitats/any]
- ✓ El termini d'entrega és constant i conegut: L
- ✓ No s'accepten ruptures d'estoc.
- ✓ El cost d'adquisició és constant i no depèn del tamany de lot: CA [um/unitat]
- ✓ L'entrada del lot és puntual, instantània i en bloc.
- ✓ El cost de llançament és conegut i constant: CL [um/comanda]
- ✓ El cost de possessió per unitat és conegut i constant: CS [um/unitats·any]

Observacions:

Per aquest model no tindrem estoc de seguretat.

Com que és un model lineal, només tindrem en compte els casos deterministes (no aleatoris).

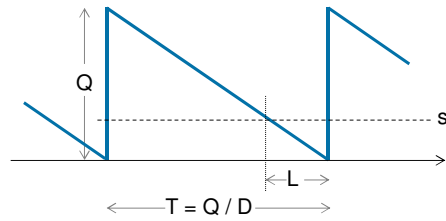
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis Fórmules

33

Formulació del model (I)



Freqüència d'aprovisionament:

$$N = D / Q \text{ [comandes/any]}$$

Temps de cicle d'aprovisionament:

$$T = 1 / N = Q / D \text{ [anys/comandes]}$$

Punt de comanda:

$$s = D \cdot L \text{ [unitats]}$$

Estoc mitjà (al magatzem):

$$S_m = Q / 2 \text{ [unitats]}$$

Cost mig anual = Cost llançament + Cost adquisició + Cost possessió

$$K(Q) = CL \cdot \frac{D}{Q} + CA \cdot D + CS \cdot \frac{Q}{2}$$

Tots els lots tenen el mateix tamany.

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis Fórmules

34

Formulació del model (II)

Gestió d'aprovisionament òptima

Tamany de lot $\rightarrow Q^* = \sqrt{2 \cdot D \cdot \frac{CL}{CS}}$

Cost mitjà anual $\rightarrow K^* = K(Q^*) = CA \cdot D + \sqrt{2 \cdot D \cdot CL \cdot CS}$

Freqüència d'aprovisionament $\rightarrow N^* = \sqrt{\frac{D \cdot CS}{2 \cdot CL}}$

Temps de cicle d'aprovisionament $\rightarrow T^* = \frac{1}{N^*} = \sqrt{\frac{2 \cdot CL}{D \cdot CS}}$

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

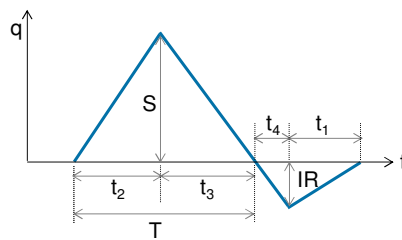
2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis Fórmules

35

Fórmula generalitzada: relaxació de les hipòtesis (I)

- ✓ L'entrada del lot d'estoc és progressiva a una taxa de P unitats/any (tal que $P > D$)
- ✓ Es pot diferir l'entrega i la penalitzarem amb CD um/unitat·any



S: estoc màxim
IR: nivell màxim de material diferit

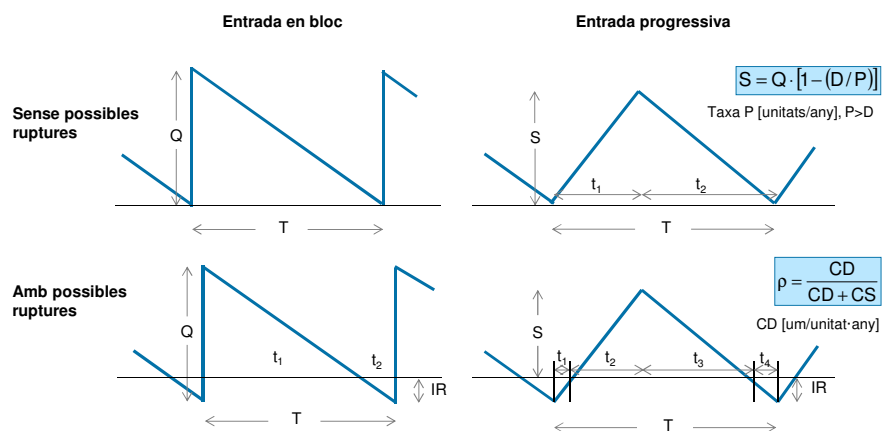
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis Fórmules

36

Fórmula generalitzada: relaxació de les hipòtesis (II)



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis Fórmules

37

Fórmula generalitzada: relaxació de les hipòtesis (III)

Sense possibles ruptures

Entrada en bloc

$$[\text{Min}]K = CL \cdot \frac{D}{Q} + CA \cdot D + CS \cdot \frac{Q}{2} \Rightarrow Q^* = \sqrt{2 \cdot D \cdot \frac{CL}{CS}}$$

Entrada progressiva

$$[\text{Min}]K = CL \cdot \frac{D}{Q} + CA \cdot D + CS \cdot \frac{Q}{2} \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right) \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot CL}{CS \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right)}}$$

Amb possibles ruptures

Entrada en bloc

$$[\text{Min}]K = CL \cdot \frac{D}{Q} + CA \cdot D + CS \cdot \frac{(Q - IR)^2}{2 \cdot Q} + CD \cdot \frac{IR^2}{2 \cdot Q} \Rightarrow Q^* = \sqrt{2 \cdot D \cdot \frac{CL}{CS} \cdot \left(\frac{CS + CD}{CD}\right)}$$

Entrada progressiva

$$[\text{Min}]K = CL \cdot \frac{D}{Q} + CA \cdot D + CS \cdot \frac{Q}{2} \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right) \cdot \left(\frac{t_1 + t_2}{T}\right) + CD \cdot \frac{IR}{2} \cdot \left(\frac{t_3 + t_4}{T}\right) \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot CL}{CS \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right) \cdot \left(\frac{CS + CD}{CD}\right)}}$$

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis Fórmules

38

Fórmula generalitzada: relaxació de les hipòtesis (IV)

En general

$$\begin{aligned} Q^* &= \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot CL}{CS} \cdot \frac{1}{p \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \\ S^* &= \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot CL}{CS} \cdot p \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right)} \\ IR^* &= \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot CL}{CD} \cdot (1 - p) \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right)} \\ K^* &= CA \cdot D + \sqrt{2 \cdot D \cdot CL \cdot CS \cdot p \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right)} \end{aligned}$$



El model es redueix a l'anterior si:

$$\begin{cases} p = \frac{CD}{CD + CS} = 1 \\ P \rightarrow \infty \end{cases}$$

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Casos particulars

Múltiples articles subjectes a una restricció

Fabricació de vàries peces en una única màquina

39

Múltiples articles subjectes a una restricció

$$[\text{Min}]K = \sum_{j=1}^n K_j(Q_j) = \sum_{j=1}^n \left[CL_j \cdot \frac{D_j}{Q_j} + CA_j \cdot D_j + CS_j \cdot \frac{Q_j}{2} \right]$$

$$g(Q_1, \dots, Q_j, \dots, Q_n) \leq R$$

Pas 1: Determinar les diferents $Q_j \Rightarrow Q_j^0 = \sqrt{\frac{2 \cdot D_j \cdot CL_j}{CS_j}} \quad (1 \leq j \leq n)$

Pas 2: Determinar si es compleix la restricció $g(Q_1^0, \dots, Q_j^0, \dots, Q_n^0) \leq V$

a) Si $V \leq R \Rightarrow Q_j^* \leq Q_j^0 \Rightarrow \text{FI}$

b) Si $V > R \Rightarrow \text{LAGRANGE} \Rightarrow [\text{Min}]L(Q) = \sum_{j=1}^n K_j(Q) = \lambda \cdot [g(Q_1^0, \dots, Q_j^0, \dots, Q_n^0) - R]$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial Q_j} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{array} \right\} \text{Resoldre el sistema de } n+1 \text{ equacions} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q_j = f(\lambda) \\ g(Q_1, \dots, Q_j, \dots, Q_n) = R \end{array} \right\}$$

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Casos particulars

Múltiples articles subjectes a una restricció

Fabricació de vàries peces en una única màquina

40

Fabricació de diferents tipus de peces en una única màquina (I)

Disposem d'un conjunt de peces

Hipòtesi

j : índex de cada lot de peces (1,...n)

No hi ha ruptures

D_j : Taxa de consum [anual]

Mateix número de llançament per tots els lots

P_j : Taxa de producció [anual]

CL_j : Cost de llançament

CA_j : Cost d'adquisició

TP_j : Temps de preparació (màquina) pel lot j .

Problema

$$[\text{Min}]K(N) = \sum_{j=1}^n \left[CL_j \cdot N + CA_j \cdot D_j + CS_j \cdot \frac{1}{2} \frac{D_j}{N} \left(1 - \frac{D_j}{P_j} \right) \right]$$

$$\sum_{j=1}^n TP_j + \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j} \cdot T \leq T; \quad T = \frac{1}{N}$$

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Casos particulars

Múltiples articles subjectes a una restricció

Fabricació de varies peces en una única màquina

41

Fabricació de diferents tipus de peces en una única màquina (II)

Solució del problema

$$N^0 = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n CS_j \cdot D_j \cdot \left(1 - \frac{D_j}{P_j}\right)}{2 \sum_{j=1}^n CL_j}}$$

$$N^{\max} = \frac{1 - \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j}}{\sum_{j=1}^n TP_j}$$

$$N^* = \min\{N^0; N^{\max}\}$$

MÒDUL 3

MÈTODES I TEMPS DE TREBALL

Mètodes i temps de treball

43

- 1 Registre d'activitats
- 2 Diagrames de registre d'activitats
- 3 Estudi dels temps de treball

1. Registre d'activitats

44

Procediment Gràfics de registre Símbols de l'ASME

1. **Seleccionar** → Treball o procés utilitzant criteris tècnics, econòmics o humans. Tasques repetitives amb elevats costos-hora; que es realitzen durant molt de temps; amb gran quantitat de mà d'obra; colls d'ampolla; ...
2. **Registrar** → Observació directa en el lloc de treball. Comptar amb autorització. Convé demanar col·laboració i punts de vista. Evitar que l'operari es senti coaccionat.
3. **Examinar** → Amb esperit crític, accions, ús de material i màquines i temps utilitzats. Per què és necessari? Quin és l'objectiu? On es realitza? Quan s'ha de dur a terme? Qui pot fer-ho? Quina és la millor manera d'executar-ho?
4. **Idear** → El mètode més econòmic considerant totes les circumstàncies i evitant tot allò que sigui inútil. Simplificar l'operativa del treball. Recollir suggerències.
5. **Mesurar** → La quantitat de treball que exigeix el mètode escollit i calcular el temps tipus que suposa la realització del procés ideat.
6. **Definir** → Nou mètode i temps corresponent per poder-lo identificar en tot moment.
7. **Implantar** → En el moment oportú i amb la participació de tots els individus implicats.
8. **Mantenir** → El mètode durant el temps suficient mentre compleixi amb el seu propòsit. Cal sotmetre'l a controls continus.

1. Registre d'activitats

Procediment Gràfics de registre Símbols de l'ASME

45

Segons l'Organització Internacional del Treball (OIT) es classifiquen en:






- ✓ Gràfics que indiquen una **seqüència de fets sense escala temporal**
 - Diagrama d'operacions de procés
 - Diagrama d'anàlisi del procés
 - Diagrama bimanual
- ✓ Gràfics referits a una **seqüència de fets reproduïts a escala temporal**
 - Gràfic d'activitats múltiples
 - Simograma
- ✓ Gràfics que **especifiquen el moviment** dels materials i/o operaris
 - Gràfics de trajectòria
 - Diagrama de recorregut o de circuit
 - Ciclograma i cronociclograma

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

1. Registre d'activitats

Procediment Gràfics de registre Símbols de l'ASME

46

	OPERACIÓ	Indica les principals fases del procés, mètode o procediment. Generalment, la peça, matèria o producte del cas es modifica durant l'operació.
	INSPECCIÓ	Indica que es verifica la qualitat, la quantitat o ambdues
	TRANSPORT	Indica el moviment dels treballadors, materials i equip d'un lloc a un altre.
	ESPERA O DIPÒSIT PROVISIONAL	Indica demora en el desenvolupament dels fets. Aquesta demora es pot donar quan les circumstàncies no permetin la immediata execució de la següent operació o bé pugui ser inherent al procés.
	EMMAGATZEMATGE	Indica el dipòsit d'un objecte sota vigilància en un magatzem.

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Diagrames de registre d'activitats

Cursograma analític

Diagrama d'activitats múltiples

47

Tipus de cursogrames

- ✓ Diagrames d'operacions del procés o cursogrames
 - Són una primera aproximació al mètode de treball.
 - Reflexen el treball i la seva inspecció seguint l'ordre amb que aniran tenint lloc els esdeveniments.
 - Tipus: persona / material
- ✓ Diagrames d'activitats múltiples
 - Diagrames d'anàlisi de procés o cursograma analític de procés.
 - Ampliació de l'anterior, on es detallen totes les activitats que es desenvoluparan, la seqüència, les distàncies recorregudes i els temps emprats.

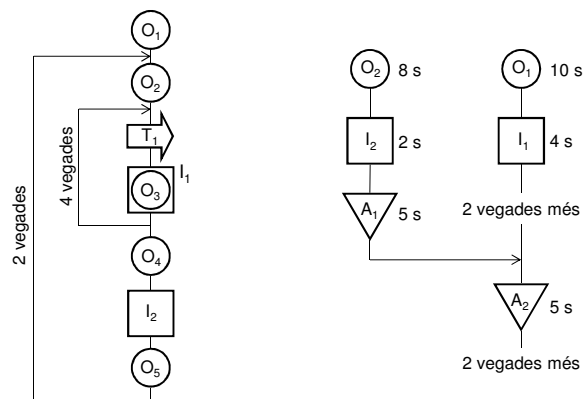
2. Diagrames de registre d'activitats

Cursograma analític

Diagrama d'activitats múltiples

48

Exercici 1: Enumerar i indicar les activitats que es realitzen i quantes vegades s'executen.



2. Diagrames de registre d'activitats

Cursograma analític

Diagrama d'activitats múltiples

49

Diagrames d'activitats múltiples

- ✓ Gràfics que registren de forma simultània i en el moment en que tenen lloc les activitats de les màquines i dels operaris que les manipulen.
- ✓ Permeten un anàlisi comparatiu del mètode actual i del proposat, considerant:
 - Temps manual amb màquina parada (τ')
 - Temps manual amb màquina en funcionament (τ'')
 - Temps total manual ($\tau = \tau' + \tau''$)
 - Temps de màquina (t)
 - Temps total del cicle ($T = \tau' + t$)
- ✓ Càlcul d'índexs:
 - Percentatge d'ocupació de l'operari: $Co = (\tau / T) \times 100$
 - Percentatge d'ocupació de la màquina: $Cm = (t / T) \times 100$

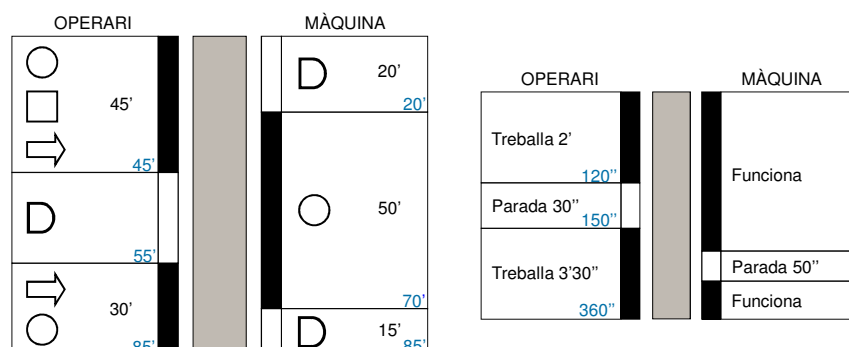
2. Diagrames de registre d'activitats

Cursograma analític

Diagrama d'activitats múltiples

50

Exercici 2: Calcular el percentatge d'utilització de l'operari i de la màquina que es correspon al següent diagrama d'activitats múltiples.



2. Diagrames de registre d'activitats

Cursograma analític

Diagrama d'activitats múltiples

51

Exercici 3: Després d'elaborar un diagrama d'activitats múltiples s'han obtingut les dades de temps (tant del mètode actual com del proposat) que es mostren a la taula. Com varia el percentatge d'utilització de l'operari amb el mètode proposat respecte l'actual?

Paràmetre	Mètode actual	Mètode proposat
τ'	2'	0,20'
τ''	1'	3'
t	5'	4'

3. Estudi dels temps de treball

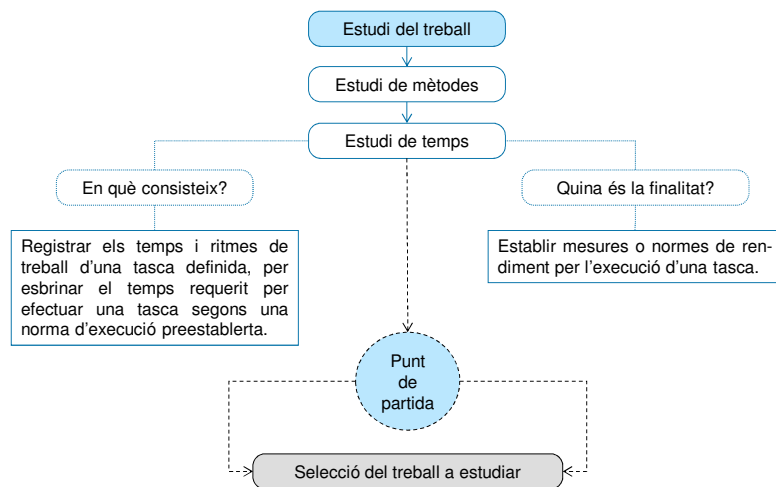
Procediment d'anàlisi

Càlcul del temps bàsic

Càlcul del temps tipus

Temps de màquines

52

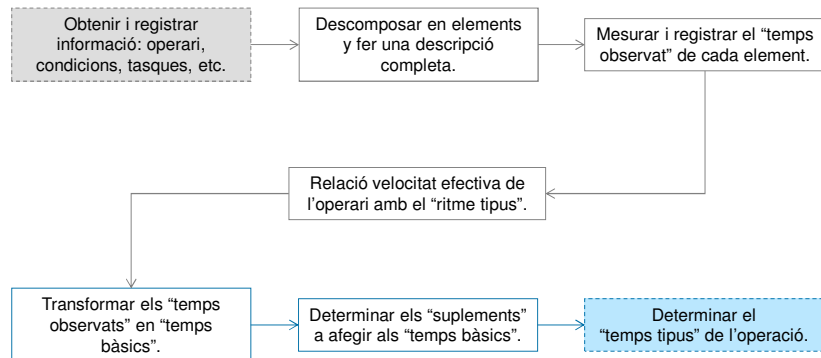


3. Estudi dels temps de treball

Procediment d'anàlisi Càlcul del temps bàsic Càlcul del temps tipus Temps de màquines

53

Fases de l'estudi dels temps de treball

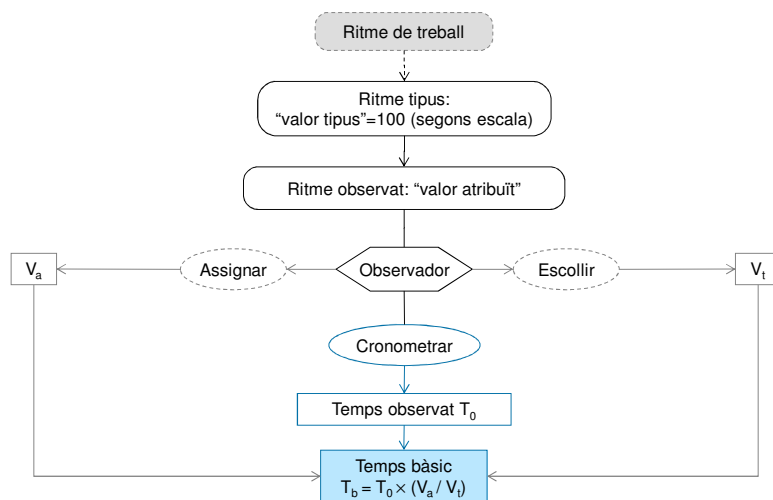


ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Estudi dels temps de treball

Procediment d'anàlisi Càlcul del temps bàsic Càlcul del temps tipus Temps de màquines

54

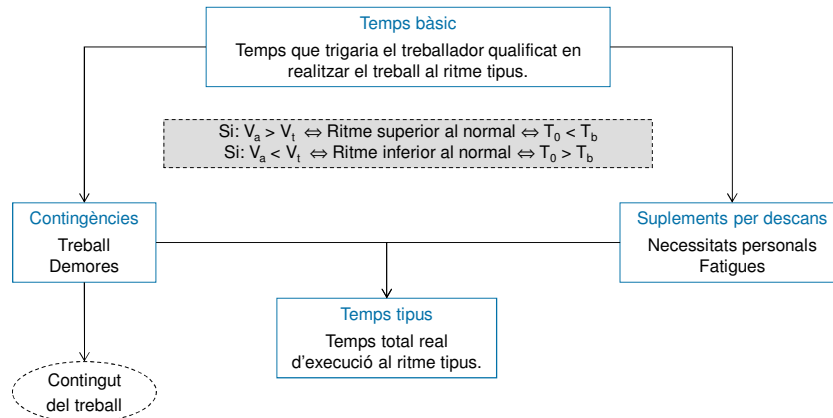


ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Estudi dels temps de treball

Procurement d'anàlisi Càlcul del temps bàsic Càlcul del temps tipus Temps de màquines

55



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Estudi dels temps de treball

Procurement d'anàlisi Càlcul del temps bàsic Càlcul del temps tipus Temps de màquines

56

Temps i índexs de màquines

- **Temps màxim de màquina:** Màxim teòric durant el qual podria funcionar la màquina en un període de temps donat.
- **Temps utilitzable:** Temps de la jornada durant la qual la màquina té a un operari que l'atén.
- **Temps inactiu:** Temps en que la màquina podria utilitzar-se per produir, però no s'aprofita per falta de treball, materials o operaris.
- **Temps accessoris:** Temps en el qual la màquina deixa momentàniament de produir mentre es revisa, s'adapta, etc.
- **Temps mort:** Temps durant el qual la màquina no pot funcionar per avaries o operacions de manteniment.
- **Temps en funcionament:** És aquell durant el qual la màquina funciona efectivament (temps utilitzable menys temps morts, inactius i accessoris).
- **Temps en funcionament normal:** És el que hauria de trigar la màquina en produir certa quantitat d'outputs funcionant en condicions normals.
- **Índex d'utilització efectiva:** Temps en funcionament normal / Temps utilitzable.
- **Índex d'utilització de la màquina:** Temps en funcionament / Temps utilitzable.
- **Índex d'eficiència de la màquina:** Temps en funcionament normal / Temps en funcionament.

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Estudi dels temps de treball

Procediment d'anàlisi Càlcul del temps bàsic Càlcul del temps tipus Temps de màquines

57

Exercici 4: Determinar la suma dels suplementes per unitat de producte tenint en compte les dades adjuntes en la següent taula.

Operació 1: Agafar un contenidor buit i portar-lo a la cadena d'ompliment.

T_0	3'	2,5'	4'	4,5'	2,5'	4,5'
V_0	105	120	90	90	110	100

Operació 2: El contenidor s'omple automàticament d'aigua amb un temps tipus d'1 minut.

Operació 3: Tirar tinta de color al contenidor amb un temps bàsic de 4,5 minuts.

Operació 4: Barrejar la mescla del contenidor amb un temps bàsic de 2,2 minuts.

Cada cert període de temps cal omplir el bidó de tinta, operació que dura 15' i que té lloc cada 500 contenidors.

En algunes ocasions, els contenidors plens es poden trencar. Es van realitzar cinc inspeccions i es va observar que de 100 contenidors, 5 es van trencar, destinant 10 minuts a cada inspecció.

Totes les operacions tenen un suplement del 4% per necessitats personals, i la quarta té un suplement del 6% per haver-se de realitzar de peu.

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

MÒDUL 4 LOCALITZACIÓ

Localització

59

- 1 Conceptes de localització
- 2 Càlcul de distàncies
- 3 Assignació de productes a parcel·les
- 4 Problemes de cobriment

1. Conceptes de localització

Definicions Nomenclatura

60

Definició: La localització és una decisió clau en el disseny del sistema productiu. Significa respondre a la pregunta: quina és la millor ubicació del sistema?

Característiques: Decisió multicriteri i/o jerarquitzada que admet múltiples classificacions:

- Manufactura - serveis
- Segons el tipus d'instal·lació
- Espai continu - discret
- Una instal·lació - múltiples instal·lacions (amb o sense interacció)
- Segons l'estructura de la xarxa de comunicacions (distància rectangular, euclídea, etc.)

1. Conceptes de localització

Definicions Nomenclatura

61

Consideracions sobre el problema

- ✓ És una decisió estratègica i a llarg termini.
- ✓ Acostumen a intervenir diversos factors o criteris que condicionen la decisió.
- ✓ Porta associades altres tipus de decisions.
- ✓ Implica costos elevats en inversions i en la modificació del procés productiu.
- ✓ La localització pot ser d'una o diverses instal·lacions.
- ✓ Pot afectar a la demanda, al servei, al client i al posicionament competitiu.
- ✓ La decisió es pren a partir d'informació incompleta i d'estimacions.

1. Conceptes de localització

Definicions Nomenclatura

62

Models de localització

- ✓ **Models de localització en el pla:** Les instal·lacions i la demanda es distribueixen en qualsevol punt d'un pla. El transport s'associa al concepte de distància.
- ✓ **Models de localització en xarxes:** Les instal·lacions, la demanda i el transport es restringeixen a una estructura en xarxa.
- ✓ **Models de localització discrets:** Existeix un conjunt finit de localitzacions potencials i una matriu de distàncies entre aquestes i els clients.

Model d'optimització de costos

En una porció de l'espai hi ha n punts (P_1, \dots, P_n), amb n instal·lacions. L'objectiu és el de determinar la posició d'una nova instal·lació en base al cost de transport.

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_i \text{ [um/u.distància]: pes associat a la instal·lació } i \text{ (punt } P_i) \rightarrow \text{Cost} \cdot N^\circ \text{ moviments} \\ \text{Cost per unitat de distància i unitat de moviment} \\ N^\circ \text{ de moviments entre } X \text{ (nova instal·lació) i } P_i \\ d[X, P_i] \text{ [unitat distància]: distància entre } X \text{ i } P_i \end{array} \right. \quad \boxed{[\text{MIN}] f(x) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot d(X, P_i)}$$

2. Càlcul de distàncies

Problemes unidimensionals

Problemes bidimensionals

Corbes isocost

63

Distància rectangular

a_i = coordenada de la instal·lació i

x = coordenada de la nova instal·lació

ω_i = pes associat a la instal·lació i

$$d_r(x, P_i) = |x - a_i|$$

$$[\text{MIN}] f(x) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot |x - a_i|$$

- ✓ És una funció no continua (no és derivable).
- ✓ L'òptim és un punt que no té a la dreta ni a l'esquerra més de la meitat del pes total.

2. Càlcul de distàncies

Problemes unidimensionals

Problemes bidimensionals

Corbes isocost

64

Distància euclídea

En una dimensió, és exactament el mateix que la distància rectangular.

$$d_e(x, a_i) = \sqrt{(x - a_i)^2} = |x - a_i| \rightarrow d_e(x, a_i) = d_r(x, a_i) \rightarrow [\text{MIN}] f(x) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot |x - a_i|$$

Distància quadràtica

$$d_q(x, a_i) = (x - a_i)^2 \rightarrow [\text{MIN}] f(x) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot (x - a_i)^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial f(x)}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{\partial f(x)}{\partial x} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot (x - a_i) = 0 \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} > 0 \rightarrow \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n \omega_i = 2 \cdot W > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot a_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot a_i}{W} \end{array}$$

- ✓ És una funció continua (és derivable).
- ✓ El punt x buscat equival al centre de masses o centre de gravetat.
- ✓ Aquesta distància penalitza la llunyania (s'eleva una distància a un exponent).

2. Càlcul de distàncies

Problemes unidimensionals

Problemes bidimensionals

Corbes isocost

65

Distància euclídea (I)

$$[\text{MIN}] f(x, y) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot \sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2}$$

Resolució per un procediment iteratiu:

$$x^{[k+1]} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i \cdot g_i[x^{(k)}, y^{(k)}]}{\sum_{i=1}^n g_i[x^{(k)}, y^{(k)}]}$$

$$y^{[k+1]} = \frac{\sum_{i=1}^n b_i \cdot g_i[x^{(k)}, y^{(k)}]}{\sum_{i=1}^n g_i[x^{(k)}, y^{(k)}]}$$

$$g_i[x^{(k)}, y^{(k)}] = \frac{\omega_i}{\sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2 + \varepsilon}}$$

$\varepsilon \ll \infty$ Valor molt petit per evitar
 $\varepsilon \rightarrow 0$ una divisió entre zero.

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Càlcul de distàncies

Problemes unidimensionals

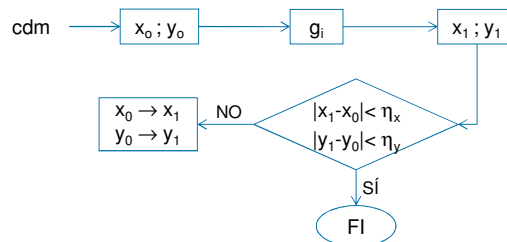
Problemes bidimensionals

Corbes isocost

66

Distància euclídea (II)

Procediment iteratiu, a partir del cdm:



Exemple pel cas anterior

$$\left. \begin{array}{l} \text{cdm } (x^0, y^0) = (7,53 ; 4,23) \\ \varepsilon = 10^{-10} ; \eta = 0,01 \end{array} \right\} \Rightarrow 7 \text{ iteracions} \Rightarrow \begin{array}{l} x^* = 7,9959 \\ y^* = 3,9999 \end{array}$$

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Càlcul de distàncies

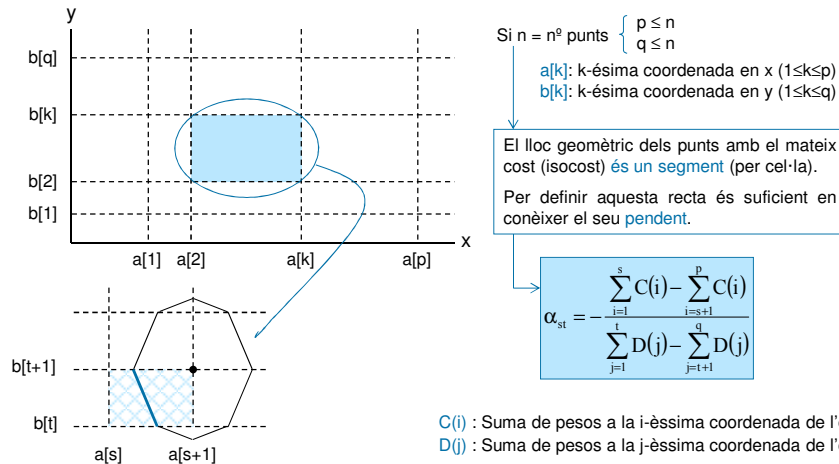
Problemes unidimensionals

Problemes bidimensionals

Corbes isocost

67

Càlcul de les línies isocost pel cas de distàncies rectangulars



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura

1 producte

Varis productes

68

Nomenclatura habitual

m articles o productes diferents ($i = 1, 2, \dots, m$)

n parcel·les de magatzem ($j = 1, 2, \dots, n$)

p molls de càrrega o descàrrega ($k = 1, 2, \dots, p$)

A_i : número de parcel·les necessàries per l'article i

c_{ij} : cost d'ubicar una unitat del producte i a la parcel·la j

d_{kj} : distància entre el moll k i la parcel·la j

δ_{ij} : distància ponderada recorreguda si s'ubica el producte i a la parcel·la j

w_k : proporció de moviments de l'article pel moll k

$$\delta_j = \frac{1}{A} \sum_{k=1}^p w_k \cdot d_{kj}$$

Procediment per resoldre els problemes

1. Ordenar les parcel·les en sentit no decreixent de les distàncies ponderades δ_j .
2. Assignar les A parcel·les amb els valors δ_j menors.

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Assignació de productes a parcel·les

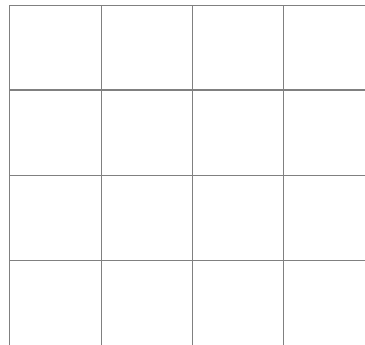
Nomenclatura 1 producte Varis productes

69

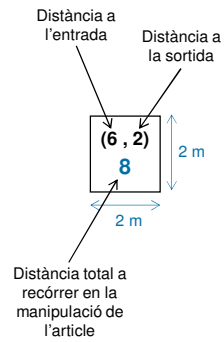
Exemple 1: Assignació d'un producte

$A = 13$

Moll de sortida



Moll d'entrada



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura 1 producte Varis productes

70

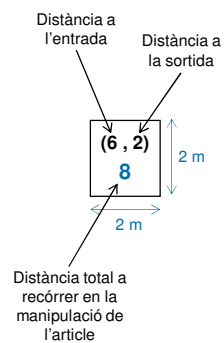
Exemple 1: Assignació d'un producte

$A = 13$

Moll de sortida

(10,4) 14	(8,6) 14	(8,8) 16	(10,10) 20
(8,2) 10	(6,4) 10	(6,6) 12	(8,8) 16
(6,2) 8	(4,4) 8	(4,6) 10	(6,8) 14
(4,4) 8	(2,6) 8	(2,8) 10	(4,10) 14

Moll d'entrada



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura 1 producte Varis productes

71

Nomenclatura habitual

u_i : els moviments totals de l'article i

v_k : proporció d'articles que passen pel moll k
(per cada moll, la proporció és la mateixa per tots els articles)

u_i' : volum per parcel·la de l'article i (rotació) $\rightarrow u_i' = \frac{u_i}{A_i}$

f_j : distància ponderada a la parcel·la $j \rightarrow f_j = \sum_{k=1}^p v_k \cdot d_{kj}$

$$c_{ij} = u_i' \cdot f_j$$

Distància total recorreguda per unitat de temps assignant l'article i a la parcel·la j

3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura 1 producte Varis productes

72

Exemple 2: Assignació multi-producte

Prod	A_i	u_i	u_i'	Ordre
Q	10	50		
R	7	25		
S	5	75		

Moll d'entrada



Moll de sortida



3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura 1 producte Varis productes

73

Exemple 2: Assignació multi-producte

Prod	A_i	u_i	u_i'	Ordre
Q	10	50	5	2
R	7	25	3,6	3
S	5	75	15	1

	Moll d'entrada	Moll de sortida	
	↓	↑	
(4,8) 12			(8,4) 12
(6,10) 16	(4,8) 12	(8,4) 12	(10,6) 16
(8,12) 20	(6,10) 16	(10,6) 16	(12,8) 20
(10,14) 24	(8,12) 20	(12,8) 20	(14,10) 24
(12,16) 28	(10,14) 24	(14,10) 24	(16,12) 28
(14,18) 32	(12,16) 28	(16,12) 28	(18,14) 32

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

4. Problemes de cobriment

Nomenclatura Exemple

74

Objectiu: Determinar la quantitat d'instal·lacions i la seva localització dins d'un espai delimitat, de manera que aquestes instal·lacions donin servei a un conjunt de clients. Cada instal·lació donarà servei només a aquells clients que es trobin situats a una distància no superior a una determinada distància preestablerta.

Variants del problema: Existeixen dues versions.

- V.1: Determinar el nombre mínim de centres i la seva localització de manera que es doni servei a tots els clients.
- V.2: A partir d'un nombre fix d'instal·lacions es desitja donar servei al major nombre de clients possibles.

Mètodes de resolució

Són procediments heurístics que no garanteixen que la solució trobada sigui òptima.

Dominàncies

- ✓ **Fila màxima:** El lloc on ubiquem el centre ha de cobrir el màxim de poblacions.
- ✓ **Columna mínima:** Per tal d'optimitzar, buscarem que cada població estigui coberta (a ser possible) per només un centre.

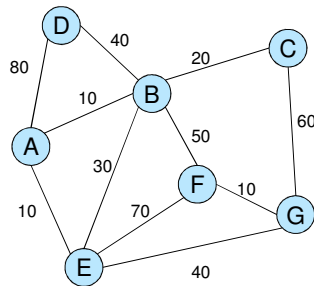
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura Exemple

75

Exemple 1: Sense restricció de distàncies (només pobles veïns)



Clients a cobrir

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	10		80	10		
B	10	0	20	40	30	20	
C		20	0				60
D	80	40		0			
E	10	30			0	70	40
F		20			70	0	10
G			60		40	10	0

Poblacions on ubicar-hi els centres

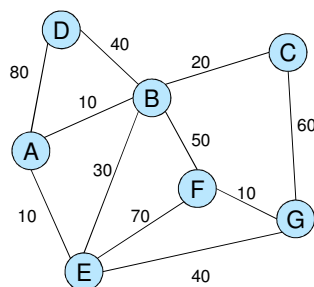
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura Exemple

76

Exemple 2: Amb restriccions de distàncies tal que $D \leq 40$ (pobles veïns i no veïns)



Clients a cobrir

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	10	30		10		
B	10	0	20	40	30		
C	30	20	0				
D		40		0			
E	10	30					40
F						0	10
G					40	10	0

Poblacions on ubicar-hi els centres

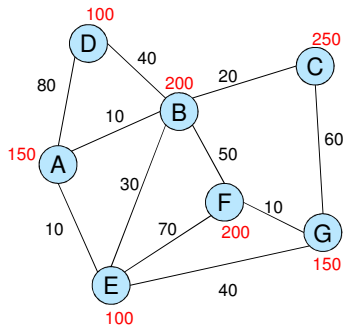
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura Exemple

77

Exemple 3: Cobertura màxima de clients (només pobles veïns)



Poblacions on ubicar-hi els centres

		Clients a cobrir						
		A	B	C	D	E	F	G
A	150	200		100	100			
B	150	200	250	100	100	200		
C		200	250					150
D	150	200		100				
E	150	200			100	200	150	
F		200			100	200	150	
G			250		100	200	150	

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

MÒDUL 5

FIABILITAT DE SISTEMES

Fiabilitat de sistemes

79

1 Conceptes de fiabilitat

2 Fiabilitat de sistemes

1. Conceptes de fiabilitat

Definicions Nomenclatura

80

Definició: Característica d'un dispositiu expressada per la probabilitat de complir una determinada funció sota una sèrie de condicions i una durada específica.

Característiques:

- Els resultats només serveixen per processos repetitius.
- El compliment d'una funció implica definir l'error.
- Les condicions de funcionament de l'element o sistema estan definides per l'entorn físic i l'entorn humà.
- La durada és una magnitud genèrica associada a un canvi d'estat.

1. Conceptes de fiabilitat

Definicions Nomenclatura

81

Llei de supervivència (I)

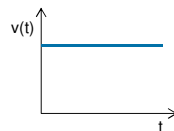
$v(t)$: Probabilitat de que en l'instant t no s'hagi produït cap avaria. L'equip funciona.

$$v(t) = \text{prob}(T > t)$$

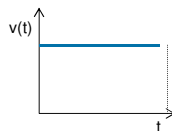
on: t = instant actual (magnitud d'evolució d'estat)
 T = instant en que té lloc l'avaría

✓ És una funció monòtona decreixent que compleix:

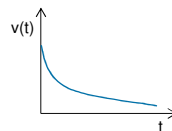
$v(0) = 1$ Producte nou
 $v(t) = 0$, si $t \rightarrow \infty$ Producte infinit



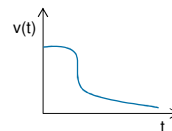
Equip etern



Equip homogeni



Equip sotmès a fatiga



Equip sotmès a desgast

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

1. Conceptes de fiabilitat

Definicions Nomenclatura

82

Llei de supervivència (II)

$F(t)$: Funció de distribució d'avaries (probabilitat acumulada) $F(t) = \text{prob}(T \leq t) = 1 - v(t)$

$f(t)$: Funció de densitat d'avaría (probabilitat simple) $f(t) = \frac{\partial F(t)}{\partial t} = F'(t) = -v'(t)$

$\lambda(t)$: Taxa d'avaries (probabilitat condicional)

✓ Cas continu: $\lambda(t) = \frac{f(t)}{v(t)} = -\frac{v'(t)}{v(t)}$

✓ Cas discret: $\lambda(t) = \frac{f(t)}{v(t)} \approx \frac{N(t) - N(t+1)}{N(t)}$

on: N : Conjunt d'elements
 N_t : Elements que funcionen a l'instant t
 N_{t+1} : Elements que funcionen a l'instant $t+1$; tal que $N_t \geq N_{t+1}$

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

1. Conceptes de fiabilitat

Definicions Nomenclatura

83

Llei Exponencial [$\lambda(t) = \text{ctnt}$]

Densitat d'avaría i funció de distribució d'errors:

$$\begin{aligned} v(t) &= e^{-\lambda t} \\ F(t) &= 1 - v(t) = \int_0^t f(t) \cdot dt = \int_0^t \lambda \cdot e^{-\lambda t} = 1 - e^{-\lambda t} \\ f(t) &= \frac{\partial F(t)}{\partial t} = \lambda \cdot e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

Vida mitjana:

✓ Sense reposició: $\bar{t} = \int_0^t v(t) \cdot dt = \int_0^t e^{-\lambda t} \cdot dt = \frac{1}{\lambda}$

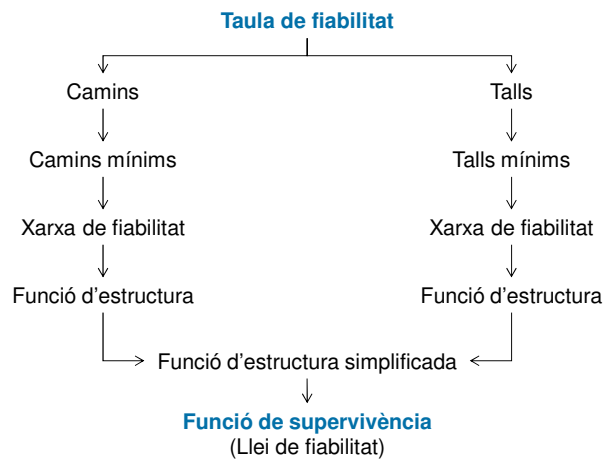
✓ Amb reposició (a t_0): $\bar{t}(t_0) = \int_0^{t_0} v(t) \cdot dt = \int_0^{t_0} e^{-\lambda t} \cdot dt = \frac{1}{\lambda} \cdot [1 - v(t_0)] = \frac{F(t_0)}{\lambda}$

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Fiabilitat de sistemes

Procediment Funció d'estructura Funció de fiabilitat

84



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Fiabilitat de sistemes

Procediment Funció d'estructura Funció de fiabilitat

85

Funció d'estructura

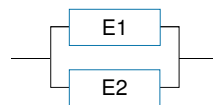
- ✓ Sistema de N elements: $f(X_1, \dots, X_N)$
- ✓ Les variables X_i són binàries, prenent per valors 0 (no funciona) o 1 (funciona).
- ✓ Elements en sèrie i en paral·lel:

Elements en sèrie



$$f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$$

Elements en paral·lel



$$f(x_1, x_2) = 1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_2) = x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2$$

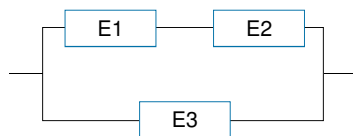
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Fiabilitat de sistemes

Procediment Funció d'estructura Funció de fiabilitat

86

Funció d'estructura: Exemple (I)



$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot (x_2 + x_3 - x_2 \cdot x_3) = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0 (E1,E2,E3)
0	0	1	1 (E3)
0	1	0	0 (E1,E3)
0	1	1	1 (E2,E3)
1	0	0	0 (E2,E3)
1	0	1	1 (E1,E3)
1	1	0	1 (E1,E2)
1	1	1	1 (E1,E2,E3)

Camins: (E3); (E2,E3); (E1,E3); (E1,E2); (E1,E2,E3) → (E3); (E1,E2)

Talls: (E1,E2,E3); (E1,E3); (E2,E3) → (E1,E3); (E2,E3)

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Fiabilitat de sistemes

Procédiment Funció d'estructura Funció de fiabilitat

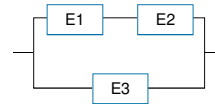
87

Funció d'estructura: Exemple (II)

Camins: $(E3); (E1, E2)$

$$f(x_1, x_2, x_3) = 1 - (1 - x_1 \cdot x_2) \cdot (1 - x_3) = 1 - [1 - x_3 - 1 - x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3]$$

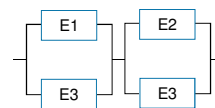
$$f(x_1, x_2, x_3) = x_3 + x_1 \cdot x_2 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$



Talls: $(E1, E3); (E2, E3)$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3) &= [1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_3)] \cdot [1 - (1 - x_2) \cdot (1 - x_3)] = \\ &= [1 - (1 - x_1 - x_3 + x_1 \cdot x_3)] \cdot [1 - (1 - x_2 - x_3 + x_2 \cdot x_3)] = (x_1 - x_3 + x_1 \cdot x_3) \cdot (x_2 - x_3 + x_2 \cdot x_3) = \\ &= x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 + x_3^2 - x_2 \cdot x_3^2 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_3^2 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3^2 = \\ &= x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 + x_3 - x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \end{aligned}$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_3 + x_1 \cdot x_2 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$



$$x_1^k = x_1$$

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Fiabilitat de sistemes

Procédiment Funció d'estructura Funció de fiabilitat

88

Funció de probabilitat

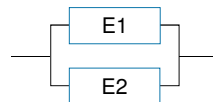
- ✓ $h(p_1, \dots, p_N)$: Funció que representa la probabilitat de funcionament d'un sistema en funció de les probabilitats de funcionament (p_1, \dots, p_N) dels seus components.
- ✓ p_i : Probabilitat de funcionament de l'element E_i .

Elements en sèrie



$$h(p_1, p_2) = p_1 \cdot p_2$$

Elements en paral·lel



$$h(p_1, p_2) = 1 - (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) = p_1 + p_2 - p_1 \cdot p_2$$

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Fiabilitat de sistemes

Procediment Funció d'estructura Funció de fiabilitat

89

Exemple: Donat el següent sistema format per tres elements (E1, E2 i E3) amb probabilitats 0,7; 0,8 i 0,9 respectivament, quina és la probabilitat de que funcioni correctament en un determinat instant de temps?



Camins mínims: (E1,E3); (E2,E3)

Talls mínims: (E1,E2); (E3)

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0 (E1,E2,E3)
0	0	1	0 (E1,E2)
0	1	0	0 (E1,E3)
0	1	1	1 (E2,E3)
1	0	0	0 (E2,E3)
1	0	1	1 (E1,E3)
1	1	0	0 (E3)
1	1	1	1 (E1,E2,E3)

$$f(x_1, x_2, x_3) = 1 - (1 - x_1 \cdot x_3) \cdot (1 - x_2 \cdot x_3) = x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$h(p_1, p_2, p_3) = p_1 \cdot p_3 + p_2 \cdot p_3 - p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = 0,7 \cdot 0,9 + 0,8 \cdot 0,9 - 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = 0,846 \rightarrow 84,6\%$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = [1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_2)] \cdot x_3 = (x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2) \cdot x_3$$

$$h(p_1, p_2, p_3) = (p_1 + p_2 - p_1 \cdot p_2) \cdot p_3 = (0,7 + 0,8 - 0,7 \cdot 0,8) \cdot 0,9 = 0,846 \rightarrow 84,6\%$$

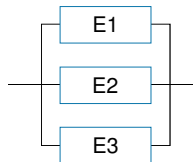
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

2. Fiabilitat de sistemes

Procediment Funció d'estructura Funció de fiabilitat

90

Exercici 1: Donat el següent sistema format per tres elements (E1, E2 i E3) amb probabilitats 0,7; 0,75 i 0,8 respectivament, quina és la probabilitat de que funcioni correctament en un determinat instant de temps?



Exercici 2: Pels elements de l'exemple 1, els temps que transcorren des del moment en que s'inicia la producció fins que s'avarïen segueixen distribucions exponencials de mitjanes iguals 150, 500 i 300 hores (respectivament). Quin és el temps mitjà de producció ininterrompuda?

Exercici 3: Un sistema de seguretat té una probabilitat d'avarïa $F(t=5000h)=0,3$. Si el seu temps de vida ve descrit per una llei exponencial, determinar:

- Quina és la taxa d'avarïes?
- Quina és la probabilitat de que continuï funcionant al cap de 400h?
- Quina és la vida mitjana amb reposició al cap de 4000h?

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ